

سؤالات امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال	نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه: ۱	عدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
رشته: ریاضی فیزیک	دوره ی پیش دانشگاهی	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۳/۲۴	ساعت شروع: ۸ صبح
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خردادماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

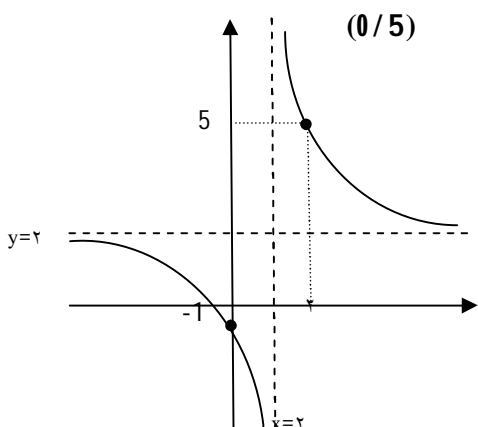
۱	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید: الف) \log_2 عددی گویاست. ب) برای هر عدد حقیقی x داریم: $x \leq x $ پ) بزرگترین کران پایین مجموعه $(-1, 2)$ برابر با -1 است. ت) اگر $0 < x < 1$ و $n \in \mathbb{N}$ آنگاه: $0 < x^n \leq x$	۱
۲	به کمک تعریف حد دنباله ها ثابت کنید دنباله $\left\{ \frac{2n+1}{n+1} \right\}$ همگرا به ۲ است.	۱
۳	اگر $f(x) = \begin{cases} 2, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -2, & x < 0 \end{cases}$ مقادیر مقابل را بیابید: الف) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$	۱
۴	به کمک قضیه بولزانو نشان دهید معادله $x^2 - 2x - 1 = 0$ در بازه $[1, 2]$ جواب دارد.	۱
۵	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید: الف) شیب خط عماس بر نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ در نقطه به طول ۴ واقع بر نمودار تابع برابر است با ب) مکعبی به ضلع x مفروض است، آهنگ تغییر حجم مکعب در لحظه ای که $x = 2$ است برابر است با پ) مشتق چپ تابع $f(x) = x-2 - x^2$ در $x = 2$ برابر است با	۱/۵
۶	مقادیر a و b را طوری بیابید که تابع $f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 & x \leq 0 \\ ax + 2a + b & x > 0 \end{cases}$ در $x = 0$ مشتق پذیر باشد.	۱/۵
۷	اگر $f(x) = x^5 - 4x^2 + 7x - 1$ حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(1+h) - f'(1)}{h}$ را بیابید.	۱
۸	مشتق بگیرید: (ساده کردن مشتق الزامی نیست) پ) $y = \ln(x^2 + 2x^2 + 2)$ الف) $2x^2 + xy^2 = 4$ ب) $y = \frac{2}{x+1} + e^{\cos x} - 1$	۲
۹	اگر تابع f همواره مشتق پذیر باشد و $g(x) = f(3-x^2)$ و $f'(-1) = 3$ مقدار $g'(2)$ را بیابید.	۱
۱۰	نقاط عطف تابع $y = \cos x$ را در بازه $(0, 2\pi)$ بیابید.	۱/۲۵
۱۱	نقاط اکسترمم موضعی تابع $f(x) = x^2 - 3x - 7$ را بیابید.	۱/۷۵
۱۲	جدول رفتار و نمودار تابع $y = \frac{2x+1}{x-1}$ را رسم کنید.	۲
۱۳	به کمک افرازهای مناسب، مساحت ناحیه محدود به نمودار تابع $y = x^2 + 1$ و خطوط $x = 0$ ، $x = 3$ و $y = 0$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۴	مشتق تابع $H(x) = \int_1^x t^2 dt$ را به دست آورید.	۰/۷۵
۱۵	انتگرالهای مقابل را محاسبه کنید: الف) $\int_1^3 [x] dx$ ب) $\int (e^{2x} - 2 \cos 3x) dx$	۱/۷۵
۲۰	جمع نمره «موفق باشید»	

1399/03/24: تاریخ امتحان	رشته : ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح
مدت امتحان: 120 دقیقه	دوره ی پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزادسراسرکشور درنوبت خردادماه سال 1399	
ردیف	راهنمای تصحیح	

1	الف) نادرست (ب) درست (پ) درست (ت) درست	هر مورد (0/25) نمره	1										
1	$\forall \varepsilon > 0, \exists M \in \mathbb{N}, \forall n \geq M : a_n - L < \varepsilon \Rightarrow \left \frac{2n+1}{n+1} - 2 \right < \varepsilon \Rightarrow \left \frac{1}{n+1} \right < \varepsilon$		2										
		$\Rightarrow n > \frac{1}{\varepsilon} - 1 \Rightarrow M \geq \left\lceil \frac{1}{\varepsilon} \right\rceil$											
1	الف) -2 (ب) 2	هر مورد (0/5) نمره	3										
1	تابع داده شده روی \mathbb{R} و در نتیجه در بازه $[1, 2]$ پیوسته است (0/25) و داریم $f(1).f(2) = (-2)(3) < 0$ لذا طبق قضیه بولزانو معادله $x^3 - 2x - 1 = 0$ در بازه $[1, 2]$ دست کم یک ریشه دارد. (0/25)		4										
1/5	الف) $\frac{1}{4}$ (ب) 12 (پ) -5	هر مورد (0/5) نمره	5										
1/5	شرط پیوستگی: $f(0^-) = f(0^+) \xrightarrow{(0/25)} 1 = 2a + b$ (0/5) شرط مشتق: $f'_-(0) = f'_+(0) \xrightarrow{(0/25)} 2 = a \xrightarrow{(0/25)} b = -3$ (0/25)		6										
1	کسر داده شده همان $f''(1)$ است (0/5) و داریم: $f''(x) = 20x^3 - 24x \xrightarrow{(0/25)} f''(1) = 20 - 24 = -4$ (0/25)		7										
2	الف) $y' = -\frac{6x^2 + y^3}{3xy^2}$ (0/75) ب) $y' = \frac{-2}{(x+1)^2} - \sin x \cdot e^{\cos x}$ (0/75) پ) $y' = \frac{4x^3 + 4x}{x^4 + 2x^2 + 2}$ (0/5)		8										
1	$g'(x) = -2xf'(3-x^2) \xrightarrow{(0/5)} g'(2) = -4f'(-1) = (-4)(3) = -12$ (0/5)		9										
1/25	$y' = -\sin x \xrightarrow{(0/25)} y'' = -\cos x = 0 \rightarrow x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{3\pi}{2}$ (0/5) علامت y'' در بازه $(0, \frac{\pi}{2})$ منفی، در بازه $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ مثبت و در بازه $(\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$ منفی است. در نتیجه نقاط $(\frac{\pi}{2}, 0)$ و $(\frac{3\pi}{2}, 0)$ نقاط عطف نمودار تابع هستند. (0/5)		10										
1/75	$D_f = \mathbb{R}, f'(x) = 3x^2 - 3$ (0/25) $f'(x) = 0 \rightarrow 3x^2 - 3 = 0 \rightarrow x = \pm 1$ (0/5) <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>+1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>+</td> <td>-</td> <td>+</td> <td></td> </tr> </table> (./5) نقطه های $(-1, -5)$ و $(1, -9)$ به ترتیب max و min موضعی هستند. (./5)	x	$-\infty$	-1	+1	$+\infty$	y'	+	-	+			11
x	$-\infty$	-1	+1	$+\infty$									
y'	+	-	+										

ادامه در صفحه دوم

تاریخ امتحان: 1399/03/24	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
مدت امتحان: 120 دقیقه	دوره ی پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور درنوبت خردادماه سال 1399	
نمره	راهنمای تصحیح	
ردیف		

2	<p>$D = R - \{1\}$</p> <p>$x = 1$:مجانِب قائم (0/25) $y = 2$:مجانِب افقی (0/25)</p> <p>تابع در فواصل پیوسته نزولی اکید است. $y' = \frac{-3}{(x-1)^2} < 0 \xrightarrow{(0/5)}$</p> <p>نقاط کمکی: A(0,-1) B(2,5)</p> <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td></td> <td>-</td> <td></td> <td>-</td> <td></td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>2</td> <td>-1</td> <td>$-\infty$</td> <td>$+\infty$</td> <td>2</td> </tr> </table> <p>(0/5)</p> 	x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	y'		-		-		y	2	-1	$-\infty$	$+\infty$	2	12
x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$															
y'		-		-																
y	2	-1	$-\infty$	$+\infty$	2															
1/5	<p>بازه $[0, 3]$ را به n قسمت مساوی تقسیم می کنیم پس</p> <p>$\Delta x_i = \frac{3-0}{n} = \frac{3}{n}$ و $x_i = 0 + \frac{3}{n}i = \frac{3}{n}i$ و $f(x_i) = (\frac{3}{n}i)^2 + 1 = \frac{9}{n^2}i^2 + 1$ (0/75)</p> <p>$s_n = \sum_{i=1}^n (\frac{9}{n^2}i^2 + 1) \times \frac{3}{n} = \frac{27}{n^3} \sum_{i=1}^n i^2 + \frac{3}{n} \sum_{i=1}^n 1 = \frac{27}{n^3} \left(\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \right) + \frac{3}{n}(n)$ (0/25)</p> <p>$A = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \frac{27 \times 2}{6} + 3 = 12$ (0/25)</p>	13																		
0/75	<p>$H(x) = -\int_1^{x^2} t^3 dt = -(2x)(x^2)^3 = -2x^7$ (0/75)</p>	14																		
1/75	<p>الف) $\int_0^3 [x] dx = \int_0^1 [x] dx + \int_1^2 [x] dx + \int_2^3 [x] dx = 0 + x \Big _1^2 + 2x \Big _2^3 = 0 + 1 + 2 = 3$ (0/25)</p> <p>ب) $\int (e^{2x} - 2 \cos 3x) dx = \frac{1}{2} e^{2x} - \frac{2}{3} \sin 3x + C$ (0/5)</p>	15																		
20	همکاران گرامی ضمن عرض خسته نباشید به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. (با تشکر) جمع نمره																			